



Bulletin de la Sabix

Société des amis de la Bibliothèque et de l'Histoire de
l'École polytechnique

51 | 2012
Henri Poincaré, le centenaire

Les sarcasmes du logicien

Didier Nordon



Édition électronique

URL : <http://journals.openedition.org/sabix/1133>

DOI : 10.4000/sabix.1133

ISSN : 2114-2130

Éditeur

Société des amis de la bibliothèque et de l'histoire de l'École polytechnique (SABIX)

Édition imprimée

Date de publication : 15 novembre 2012

Pagination : 29-30

ISSN : 0989-30-59

Référence électronique

Didier Nordon, « Les sarcasmes du logicien », *Bulletin de la Sabix* [En ligne], 51 | 2012, mis en ligne le 01 novembre 2014, consulté le 08 septembre 2020. URL : <http://journals.openedition.org/sabix/1133> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/sabix.1133>

LES SARCASMES DU LOGICIEN

Didier NORDON

En 1905-1906, Henri Poincaré a publié un article, « Les mathématiques et la logique », dans lequel il s'opposait, entre autres, à Peano et à Burali-Forti. Ceux-ci refusaient à l'intuition la place que, selon Poincaré, elle doit avoir en mathématiques. Mus par la recherche d'une fondation absolue à la logique, ils voulaient éviter les imprécisions de la langue usuelle. À cette fin, ils recouraient à un formalisme (une *pasigraphie*) qui permet de se passer d'elle.

Nul besoin de saisir toutes les subtilités du débat pour goûter l'ironie dont Poincaré use lorsqu'il présente les positions de ses adversaires. En voici trois exemples.

Sarcasmes contre leur refus de l'intuition :

«Ainsi c'est bien entendu, pour démontrer un théorème, il n'est pas nécessaire ni même utile de savoir ce qu'il veut dire. On pourrait remplacer le géomètre par le piano à raisonner imaginé par Stanley Jevons ; ou, si l'on aime mieux, on pourrait imaginer une machine où l'on introduirait les axiomes par un bout pendant qu'on recueillerait les théorèmes à l'autre bout, comme cette machine légendaire de Chicago où les porcs entrent vivants et d'où ils sortent transformés en jambons et en saucisses. Pas plus que ces machines, le mathématicien n'a besoin de comprendre ce qu'il fait».



Le piano logique, présenté par le mathématicien Jevons (1835-1882) à la Royal Society en 1870 (image Wikimedia Commons, auteur Nelson)

Sarcasmes contre le remplacement des mots usuels par des symboles :

«Il est difficile d'admettre que le mot si acquiert, quand on l'écrit \mathfrak{S} , une vertu qu'il n'avait pas quand on l'écrivait si. Cette invention de M. Peano s'est appelée d'abord la pasigraphie, c'est-à-dire l'art d'écrire un traité de mathématiques sans employer un seul mot de la langue usuelle. Ce nom en définissait très exactement la portée. Depuis on l'a élevée à une dignité plus éminente, en lui conférant le titre de logistique. Ce mot est, paraît-il, employé à l'École de Guerre pour désigner l'art du maréchal des logis, l'art de faire marcher et de cantonner les troupes ; mais ici aucune confusion n'est à craindre et on voit tout de suite que ce nom nouveau implique le dessein de révolutionner la logique».

Sarcasmes contre le formalisme :

« Nous voyons d'abord M. Burali-Forti définir le nombre 1 de la manière suivante :

$$1 = \text{T}' \{ \text{Ko} \cap (u, h) \ni (u \in \text{Un}) \}$$

définition éminemment propre à donner une idée du nombre 1 aux personnes qui n'en auraient jamais entendu parler.

J'entends trop mal le Péanien pour oser risquer une critique, mais je crains bien que cette définition ne contienne une pétition de principe, attendu que j'aperçois 1 en chiffre dans le premier membre et Un en toutes lettres dans le second. »

Le ton de ces extraits n'exprime pas la personnalité de Poincaré, homme en général courtois. Mais il s'adapte aux circonstances : la logique incite, plus que les mathématiques, à la férocité. Précisons cela.



Cesare Burali-Forti, mathématicien italien (1861-1931)

On peut faire des mathématiques de façon technique : on améliore les résultats et méthodes des devanciers, sans remettre en cause le cadre reçu, lequel fournit l'instance de jugement. Si un auteur est surpris à faire une erreur, il le reconnaît sans ergoter. Les mathématiques progressent, comme un édifice en construction. Les mathématiciens ont le sentiment rassurant de travailler les uns grâce aux autres. Les problèmes peuvent être très difficiles, mais ils ne sont pas vertigineux.

Il en va autrement avec la logique ou la philosophie des mathématiques. S'interroger sur les fondements, la signification, la portée des mathématiques, sur la place que doivent avoir en leur sein le formalisme et l'intuition, c'est se demander quel cadre adopter. Le cadre reçu ne sert plus d'instance pour trancher les désaccords. Il n'y a aucune instance, en fait, et cela est très déstabilisant. Personne ne peut prouver à un auteur qu'il a tort, mais cet auteur ne peut pas prouver qu'il a raison. Même s'il juge aberrante la façon de penser de ses adversaires, il ne peut faire en sorte qu'ils se mettent à penser autrement. Il ressent alors une impuissance que la férocité aide à occulter. Anéantir le point de vue adverse devient presque une question de survie, et les effets rhétoriques une planche de salut. Les difficultés de langue et de logique sont si imbriquées, que les piques de Poincaré contre Burali-Forti semblent en elles-mêmes des arguments de fond. Sans cesse en train de se remettre en question, la logique, la philosophie, ne progressent pas. Les protagonistes travaillent les uns contre les autres, sans espoir que l'avenir les départage. Un débat comme celui qui oppose intuition et formalisme change selon les époques, mais n'est jamais réglé. C'est une querelle d'école. Et, dans toutes les disciplines, les querelles d'écoles sont virulentes, parce qu'elles activent le vertige devant le choix du bon cadre de pensée.

On ne pense que sans filet. Il ne faut pas s'en remettre aux outils mis en place et testés par des prédécesseurs, mais constamment rediscuter ceux-ci. Un auteur n'a d'autre ressource, pour assurer sa pensée, que de la fonder. Cette tentative est promise à un échec permanent, car le fondement réside toujours dans une certaine intuition personnelle du monde, c'est-à-dire une subjectivité. Rien n'est moins assuré ! Le penseur ne dispose pas de la facilité permise au technicien, qui prend sa technique comme une fin en soi et se dissimule ainsi les inévitables incertitudes du fondement.

L'agressivité du penseur est une réaction à l'inconfort de sa situation psychologique. Poincaré, en tant que penseur des mathématiques, a des raisons d'être féroce que Poincaré, en tant que mathématicien, n'a pas.

Références

- Didier Nordon, *A bas le savoir !*, Éditions L'Atalante, Nantes, 2005
- Henri Poincaré, « Les mathématiques et la logique », article publié dans la *Revue de Métaphysique et de Morale*, années 1905, p. 815-835, 1906, p. 17-38, et p. 294-317. Repris dans *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano, Textes de la discussion (1906-1912) sur les fondements des mathématiques : des antinomies à la prédicativité*, réunis par Gerhard Heinzmann, Éditions Albert Blanchard, Paris, 1986.